

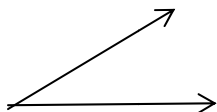
रेखाएँ और कोण

रेखा—किन्हीं दो बिन्दुओं को मिलाने पर प्राप्त होने वाली आकृति रेखा कहलाती है।

A—————B

कोण—कोणतल में ऐसी आकृति है जो दो किरणों से मिलने से बनती है और जिनका प्रारम्भिक बिन्दु एक ही होता है जिसे कोण का शीर्ष(Vertex) तथा दोनों किरणें भुजाएँ कहलाती है।

A



OB

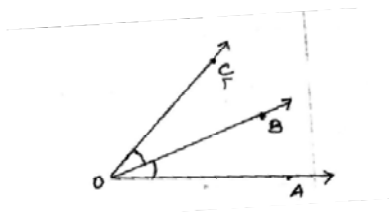
O शीर्ष, OA तथा OB कोण की भुजाएँ तथा इसे $\angle AOB$ लिखा जाता है।

मापों के आधार पर कोणों के प्रकार—

- 1—न्यूनकोण—जो 90° से कम होता है।
- 2—सम कोण—जो 90° का होता है।
- 3—अधिककोण—जो 90° से अधिक किन्तु 180° से कम होता है।
- 4—सरल कोण—जो 180° का होता है।
- 5—प्रत्यावर्तीकोण—जो 180° से अधिक किन्तु 360° से कम होता है।

कुछ अन्य प्रकार के कोण—

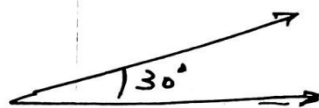
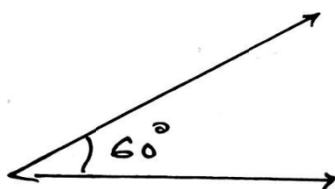
1—आसन्नकोण—दो कोण आसन्न कोण कहलाते हैं, यदि वे एक ही तल में हों, उनका एक शीर्ष हो और उनमें एक किरण उभयनिष्ठ हो और दोनों किरणें उभयनिष्ठ भुज के दोनों ओर हों।



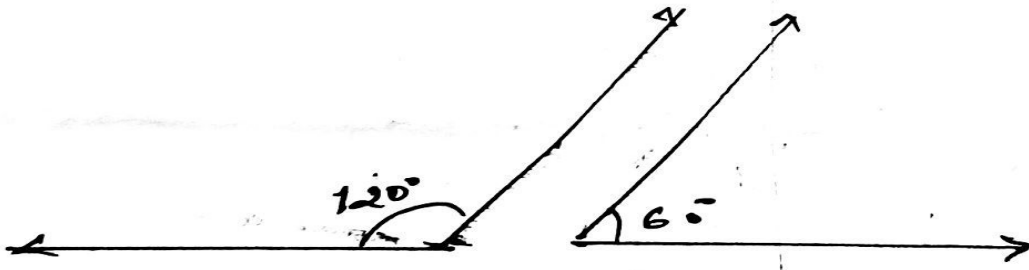
चित्र में $\angle AOB$ तथा $\angle COB$ आसन्नकोण हैं जबकि $\angle AOC$ और $\angle AOB$ आसन्नकोण नहीं हैं क्योंकि OA उभयनिष्ठ भुजा है और CO और BO दोनों भुजाएँ OA के एक ही ओर हैं।

2—पूरककोण—यदि दो कोणों की मापों का योग 90° हो तो वे पूरक कोण कहलाते हैं।

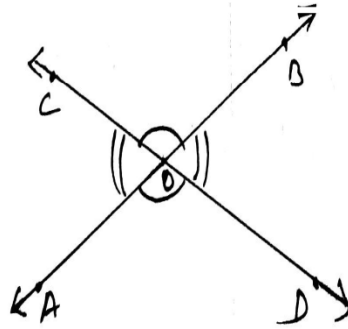
जैसे— 60° का पूरक कोण 30° है।



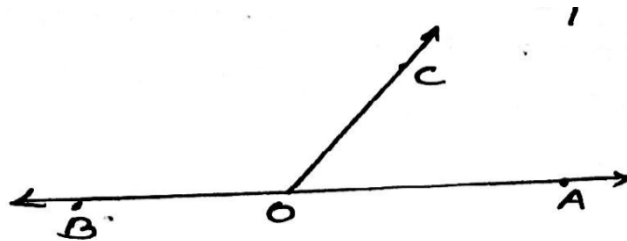
3-सम्पूरककोण-यदि दो कोणों की मापों का योग 180° हाे तो वे सम्पूरक कोण कहलाते हैं। जैसे- 120° व 60° सम्पूरककोणों के युग्म है।



3- शीर्षाभिमुख कोण-यदि दो रेखाएँ AB व CD एक बिन्दु O पर काटें तो $\angle AOC$ और $\angle BOD$ शीर्षाभिमुख कोण कहलाते हैं। इसी तरह $\angle BOC$ और $\angle AOD$ भी शीर्षाभिमुख कोण है।



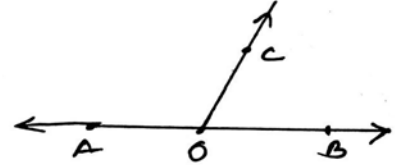
कोणोंकारैखिक युग्म-दो ऐसे आसन्नकोण जिनकी उभयनिष्ठभुजा के अतिरिक्त अन्य दो भुजाएँ विपरीत किरणें हों कोणों का रैखिक युग्म कहते हैं।



OA और OB दो विपरीत किरणें हैं तथा $\angle AOC$, $\angle BOC$ आसन्नकोण हैं। अतः जबकि $\angle AOC$ और $\angle BOC$ एक रैखिक युग्म बनाते हैं।

अभिगृहीत 1- यदि कोई किरण किसी रेखा पर आधारित हो तो इस प्रकार बने दो आसन्न कोणों का योग 180° होता है।

\vec{OC} किरण, सरलरेखा \overleftrightarrow{AB} के O बिन्दु पर खड़ी है।
तो $\angle BOC + \angle COA = 180^\circ$



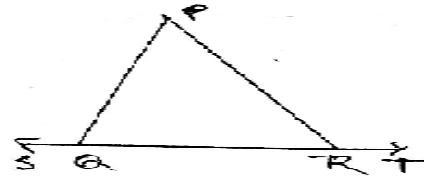
प्रश्न- यदि $\angle PQR = \angle PRQ$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle PQS = \angle PRT$ है

उत्तर- $\angle PQS + \angle PQR = 180^\circ$

और $\angle PRT + \angle PRQ = 180^\circ$

अतः $\angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PRQ$

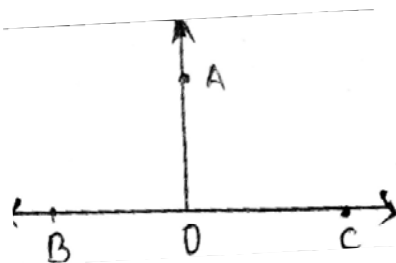
$\angle PQS = \angle PRT$ [$\angle PQR = \angle PRQ$ दिया गया है]



प्रश्न- यदि $\angle AOC$, $\angle AOB$ समकोण हो, तो दिखाइए BOC एक रेखा है।

उत्तर- $\angle AOC = \angle AOB = 90^\circ$ (दिया गया है)

$\angle AOC + \angle AOB = 180^\circ$

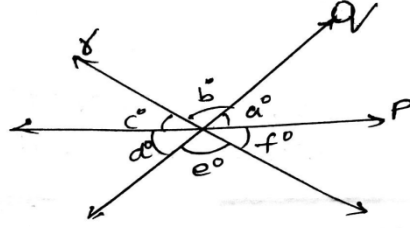


क्योंकि दो आसन्न कोणों का योग 180° है तथा B और C एक उभयानिष्ठकिरण की विपरीत दिशा में है।

अतः BOC एक रेखा है।

प्रश्न-चित्र में p,q तथा r तीन रेखाएँ हैं जो O पर मिलती हैं, यदि $a = 50^\circ$, $b = 90^\circ$, तो c,d,e और f ज्ञात करो।

उत्तर-



$$\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$$

$$50^\circ + 90^\circ + \angle c = 180^\circ$$

$$140^\circ + \angle c = 180^\circ$$

$$\angle c = 180^\circ - 140^\circ$$

$$\angle c = 40^\circ$$

$$\text{अतः } \angle a = \angle d = 50^\circ$$

$$\angle b = \angle e = 90^\circ$$

$$\angle c = \angle f = 40^\circ$$

} शीर्षाभिमुख कोण

कोणोंका युग्म

यदि एक रेखा दो रेखाओं को दो विभिन्न बिन्दुओं पर काटती हो, उसे तिर्यक रेखा कहते हैं।

इससे निम्न प्रकार के कोणों के युग्म बनते हैं।

दो समान्तर रेखाएँ l व m हैं जिन्हें तिर्यक रेखा E काटती है।

1- एकान्तरकोणों के युग्म-

$\angle 3$ और $\angle 5$, $\angle 4$ और $\angle 6$

2-बाह्य एकान्तरकोणों के युग्म-

$\angle 2$ और $\angle 8$, $\angle 1$ और $\angle 7$

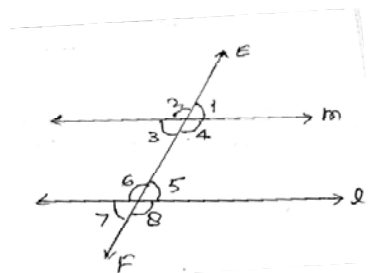
3-तिर्यकरेखा के एक ही ओर के अन्तः कोण-

$\angle 4$ और $\angle 5$, $\angle 3$ और $\angle 6$

4-संगतकोणोंके युग्म-

$\angle 1$ और $\angle 5$, $\angle 2$ और $\angle 6$

$\angle 3$ और $\angle 7$, $\angle 4$ और $\angle 8$



•यदि कोई तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे तो संगतकोण,एकान्तरकोण, बाह्य एकान्तरकोण,तिर्यकरेखा के एक ही ओर अन्तः कोण आपस में बराबर होते हैं।•

प्रश्न- यदि $AB \parallel CD$, $EF \perp CD$ और $\angle GED = 126^\circ$ है तो $\angle AGE$, $\angle GEF$ और $\angle FGE$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $\angle AG = \angle GED$ (एकान्तरकोण)

या $\angle AGE = 126^\circ$ ($\angle GED = 126^\circ$)

$\angle AGE + \angle FGE = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$126^\circ + \angle FGE = 180^\circ$

$\angle FGE = 180^\circ - 126^\circ$

$\angle FGE = 54^\circ$

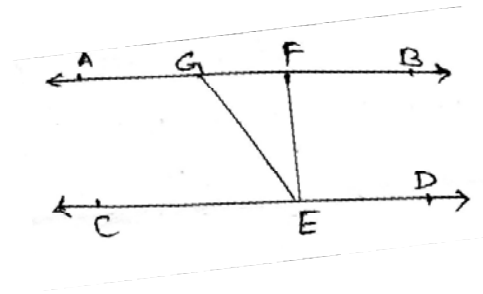
$\triangle EFG$ में-

$\angle EGF + \angle EFG + \angle GEF = 180^\circ$ ($EF \perp AB$)

$54^\circ + 90^\circ + \angle GEF = 180^\circ$

$\angle GEF = 180^\circ - 144^\circ$

$\angle GEF = 36^\circ$



प्रश्न- यदि $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PRD = 127^\circ$ है तो x और y ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $\angle APQ = \angle PQR$ (एकान्तरकोण)

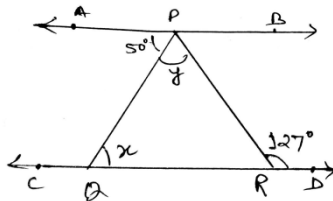
$x = 50^\circ$

$\angle APR = \angle PRD$ (एकान्तरकोण)

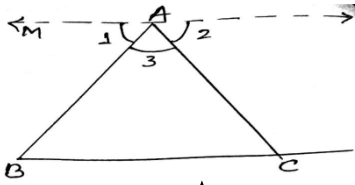
$\angle APQ + \angle QPR = 127^\circ$

$50^\circ + \angle QPR = 127^\circ$, $\angle QPR = 127^\circ - 50^\circ$

$y = 77^\circ$



प्रमेय- त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।



दिया है कि: एक $\triangle ABC$ है

सिद्ध करना है- $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

रचना- \longleftrightarrow

MAN, शीर्ष A से BC के सीमान्तर खींची।

MAN \parallel BC और AB उन्हें काटती है।

$\angle B = \angle 1$ (एकान्तरकोण) Equation-1

इसी प्रकार $\angle C = \angle 2$ (एकान्तरकोण) Equation-2

सभी Equation 1 तथा 2 को जोड़ने पर

$$\angle B + \angle C = \angle 1 + \angle 2$$

दोनों ओर $\angle 3$ जोड़ने पर

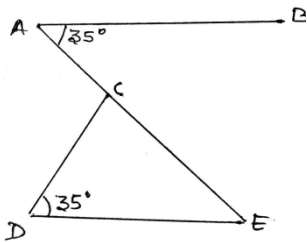
$$\angle B + \angle C + \angle 3 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$$

अतः $\angle B + \angle C + \angle A = 180^\circ$ ($\angle B$ त्रिभुज का $\angle A$ है।)

$$\text{या } \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

प्रश्न- चित्र में यदि AB \parallel DE, $\angle BAC = 35^\circ$ और $\angle CDE = 53^\circ$ है तो $\angle DCE$ ज्ञात कीजिए।

उत्तर-



AB \parallel DE और रेखा AEC उन्हें काटती है।

$\angle BAE = \angle AED$ (एकान्तरकोण)

$$= 35^\circ$$

$\triangle CDE$ में, $\angle DCE + \angle CDE + \angle CED = 180^\circ$

$$\angle DCE + 53^\circ + 35^\circ = 180^\circ$$

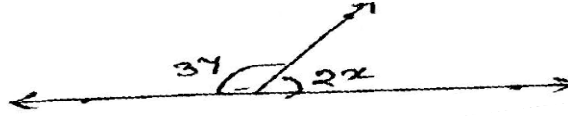
$$\angle DCE = 180^\circ - 88^\circ$$

$$\angle DCE = 92^\circ$$

EXERCISE

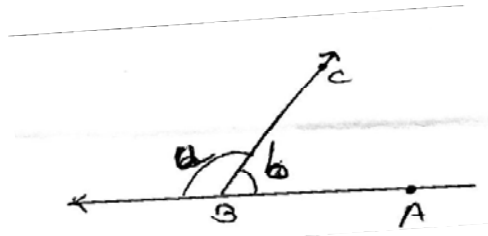
SECTION-A

1-चित्र में, $x=30^\circ$, y का मान ज्ञात कीजिए।



2- m का पूरक कोण क्या होगा यदि $m=30^\circ$ है।

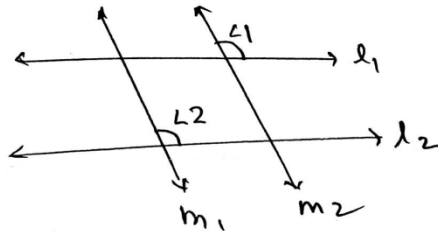
3-चित्र में $\angle a$ तथा $\angle b$ रैखिक युग्म है यदि $a-b=100^\circ$ है तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।



4- एक त्रिभुज के कोणों का अनुपात 2:4:3 है ,सबसे छोटा कोण ज्ञात कीजिए।

SECTION-B

5-चित्र में $l_1 \parallel l_2$ और $m_1 \parallel m_2$, यदि $\angle 1 = 115^\circ$, $\angle 2$ का मान ज्ञात कीजिए।



6-चित्र में x का मान ज्ञात कीजिए ,यदि $AB \parallel DE$.

